

# МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

## «ЗВЕЗДА»

### «ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

2015/16 уч.г.

11 КЛАСС

#### **Задача №1 (10 баллов)**

Вычислите площадь поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 = 4(x + y + z)$ .

#### **Задача №2 (12 баллов)**

В точках пересечения графика функции  $y = \frac{20x^2 - 16x + 1}{5x - 2}$  с осью  $Ox$  провели касательные к этому графику. Найдите углы наклона этих прямых к оси  $Ox$ .

#### **Задача №3 (14 баллов)**

Решите уравнение  $2x^3 = (2x^2 + x - 1)\sqrt{x^2 - x + 1}$ .

#### **Задача №4 (14 баллов)**

20 шариков одинаковой массы с одинаковыми скоростями двигаются по жёлобу по направлению к металлической стенке. Навстречу им с такой же скоростью двигаются 16 шариков той же массы. При столкновении двух шариков они разлетаются с той же скоростью. После столкновения со стенкой шарик отскакивает от неё с той же скоростью. (Шарики двигаются только по жёлобу). Сколько будет соударений шариков между собой?

#### **Задача №5 (10 баллов)**

Камень брошен с поверхности Земли под углом  $60^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$ . Определите радиус кривизны траектории в конечной точке полета. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

#### **Задача №6 (10 баллов)**

В вертикальном сосуде с прямыми стенками закрытом поршнем находится вода. Её высота  $h = 2 \text{ мм}$ . Воздуха в сосуде нет. На какую высоту необходимо поднять поршень, для того чтобы вся вода испарилась. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , молярная масса водяного пара  $M = 0,018 \text{ кг/моль}$ , давление насыщенного водяного пара при температуре  $T = 50^\circ\text{C}$  равно  $p = 12300 \text{ Па}$ . Температура воды и пара поддерживается постоянной.

**Задача №7 (15 баллов)**

Имеется источник тока с внутренним сопротивлением  $r = 20 \text{ Ом}$ . Какое внешнее сопротивление нужно подключить к источнику, чтобы мощность, выделяющаяся на внешнем сопротивлении, отличалась от максимально возможной на 25 % ?

**Задача №8 (15 баллов)**

Прямоугольный равнобедренный треугольник располагается недалеко от собирающей линзы таким образом, что вершина прямого угла совпадает с двойным фокусом линзы, а один из катетов перпендикулярен главной оптической оси. Известно, что площадь треугольника  $8 \text{ см}^2$ , а площадь изображения ровно в два раза меньше. Определите фокусное расстояние линзы.

# МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

## «ЗВЕЗДА»

### «ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

2015/16 уч.г.

10 КЛАСС

#### **Задача №1 (10 баллов)**

Вычислите площадь фигуры, заданной неравенством  $x^2 + y^2 \leq 4(x + y)$ .

#### **Задача №2 (12 баллов)**

$ABC$  – прямоугольный треугольник,  $M$  – середина гипотенузы  $BC$ ,  $N$  – середина катета  $AC$ ,  $P$  – точка пересечения биссектрисы угла  $B$  и прямой  $MN$ . Докажите равенство углов  $BCA$  и  $BPA$ .

#### **Задача №3 (14 баллов)**

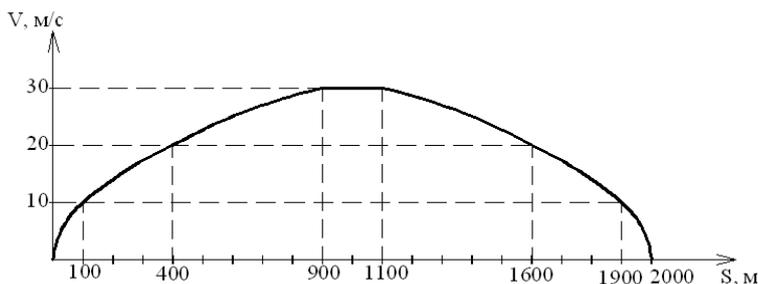
Решите уравнение  $2x^3 = (2x^2 + x - 1)\sqrt{x^2 - x + 1}$ .

#### **Задача №4 (14 баллов)**

100 шариков одинаковой массы с одинаковыми скоростями двигаются по жёлобу к металлической стенке. После столкновения со стенкой шарик отскакивает от неё с той же скоростью. При столкновении двух шариков они разлетаются с той же скоростью. (Шарики двигаются только по жёлобу). Найдите общее число соударений шариков между собой.

#### **Задача №5 (15 баллов)**

Автомобиль при включении зеленого сигнала светофора трогается с места. При приближении к следующему светофору для него вновь загорается красный сигнал. На графике приведена зависимость скорости автомобиля от пройденного расстояния. Определите время движения автомобиля между светофорами.

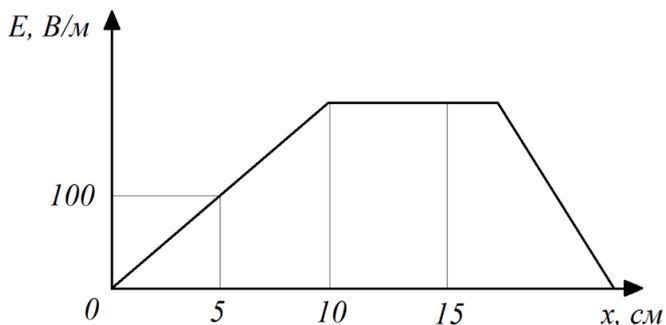


#### **Задача №6 (10 баллов)**

2 моля молекулярного кислорода находятся в вертикальном сосуде с гладкими стенками, который закрыт невесомым поршнем. Температура кислорода  $T = 300 \text{ K}$ . В ходе медленного нагревания объем газа увеличился в три раза, при этом 40 % молекул диссоциировали на атомы. Определите работу, совершенную газом в этом процессе

**Задача №7 (10 баллов)**

В пространстве создано электрическое поле, напряженность которого от координаты зависит следующим образом (см. рисунок).



Данное поле переместило частицу массой  $1 \text{ мг}$  и зарядом  $1 \text{ мКл}$  из точки с координатой  $5 \text{ см}$  в точку с координатой  $15 \text{ см}$ . Определите скорость заряда в конечной точке, если в начальной точке частица покоилась.

**Задача №8 (15 баллов)**

Предмет расположили перед двояковыпуклой линзой. В результате было получено изображение, размеры которого совпадали с размером предмета. После того как линзу заменили на двояковогнутую, радиусы кривизны поверхностей которой равны радиусам исходной линзы, изображение предмета сдвинулось на  $240 \text{ см}$ . Определите оптическую силу исходной линзы. Материалы линз одинаковые. Предмет с места не сдвигали.

# МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

## «ЗВЕЗДА»

### «ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

2015/16 уч.г.

9 КЛАСС

#### **Задача №1 (10 баллов)**

У старшего брата на 25% денег больше, чем у младшего. Какую долю своих денег должен старший отдать младшему, чтобы денег у них стало поровну?

#### **Задача №2 (13 баллов)**

Петя записал на доске натуральное число, а Вася стёр в нём первые две цифры. В результате число уменьшилось в 149 раз. Каким может быть Петино число, если известно, что оно нечётное?

#### **Задача №3 (13 баллов)**

$ABC$  – прямоугольный треугольник,  $M$  – середина гипотенузы  $BC$ ,  $N$  – середина катета  $AC$ ,  $P$  – точка пересечения биссектрисы угла  $B$  и прямой  $MN$ . Докажите равенство углов  $BCA$  и  $BPA$ .

#### **Задача №4 (14 баллов)**

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1; \\ x^3 + y^5 = 1. \end{cases}$$

#### **Задача №5 (15 баллов)**

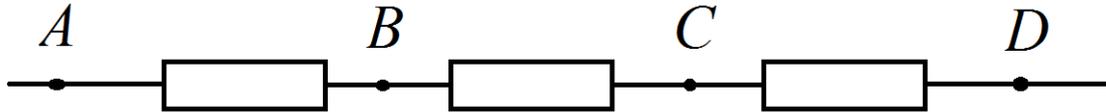
Два одинаковых автомобиля едут в одну сторону. Скорость одного 36 км/ч, а другой его догоняет со скоростью 54 км/ч. Известно, что время реакции водителя заднего автомобиля на включение стоп-сигналов переднего составляет 2 с. Какова должна быть дистанция между автомобилями, чтобы они не столкнулись, если первый водитель решил резко затормозить? Для автомобиля подобной марки тормозной путь составляет 40 метров при скорости 72 км/ч.

#### **Задача №6 (15 баллов)**

Брусok массой  $m=1$  кг прикладывают к вертикальной стенке. Коэффициент трения между бруском и стенкой  $\mu=0,1$ . Определите силу, которую необходимо прикладывать к бруску под углом  $\alpha=60^\circ$  к стенке для удержания бруска в равновесии.

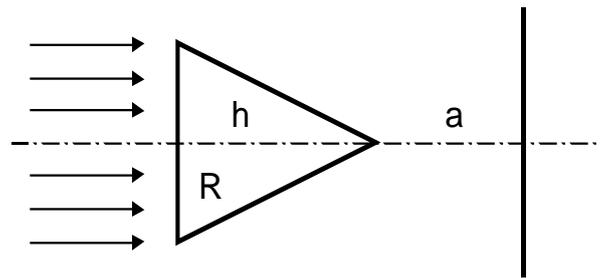
**Задача №7 (10 баллов)**

Представленная на рисунке схема составлена из одинаковых резисторов. Если точку  $A$  соединить с точкой  $C$ , а точку  $B$  – с точкой  $D$ , то сопротивление схемы изменится на  $10 \text{ Ом}$ . Определите сопротивление одного резистора. Для соединения точек использовались перемычки с нулевым сопротивлением.



**Задача №8 (10 баллов)**

Параллельный пучок света падает на основание стеклянного конуса (показатель преломления  $n = 1,5$ ) вдоль его оси (см. рис.). Сечение пучка совпадает с основанием конуса, радиус которого  $R = 1 \text{ см}$ . Высота конуса  $h = 1,73 \text{ см}$ . Определите площадь светлого пятна на экране, перпендикулярном оси конуса и расположенном на расстоянии  $a = 1 \text{ см}$  от вершины конуса.



# МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

## «ЗВЕЗДА»

### «ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

2015/16 уч.г.

8 КЛАСС

#### **Задача №1 (10 баллов)**

У старшего брата на 25% денег больше, чем у младшего. Какую долю своих денег должен старший отдать младшему, чтобы денег у них стало поровну?

#### **Задача №2 (13 баллов)**

Петя записал на доске натуральное число, а Вася стёр в нём первые две цифры. В результате число уменьшилось в 149 раз. Каким может быть Петино число, если известно, что оно нечётное?

#### **Задача №3 (13 баллов)**

Можно ли провести на плоскости 5 прямых так, чтобы никакие три из них не проходили через одну точку, а всего было а) ровно 11; б) ровно 9 точек пересечения?

#### **Задача №4 (14 баллов)**

Петя поставил на поле для морского боя (его размер  $10 \times 10$ ) корабль размером  $1 \times 4$  (корабль может стоять как горизонтально, так и вертикально). Сможет ли Вася, сделав 24 выстрела, наверняка его подбить?

#### **Задача №5 (10 баллов)**

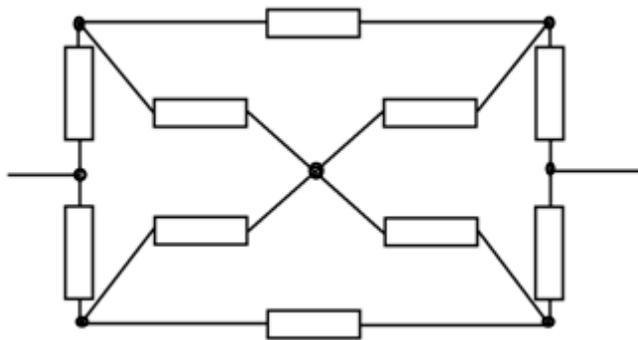
Капли дождя падают в безветренную погоду со скоростью  $v = 2 \text{ м/с}$ . Известно, что заднее стекло легкового автомобиля наклонено под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. С какой скоростью  $u$  должен ехать по горизонтальной ровной дороге автомобиль для того, чтобы его заднее стекло оставалось сухим?

#### **Задача №6 (10 баллов)**

Для транспортировки стальной трубы озером её заварили с двух сторон, чтобы она была водонепроницаема. Определите, при каком наименьшем внутреннем диаметре труба массой 100 кг и длиной 5 м не утонет. Плотность стали  $\rho_{ст} = 7800 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_{в} = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

#### **Задача №7 (15 баллов)**

Определите сопротивление схемы, если она составлена из десяти одинаковых резисторов сопротивлением  $R_0 = 10 \text{ Ом}$  каждый.



**Задача №8 (15 баллов)**

Материальная точка движется в горизонтальной плоскости между двумя взаимно перпендикулярными вертикальными плоскими зеркалами. Её изображение в одном из зеркал удаляется от этого зеркала под углом  $\alpha$  к его плоскости. Скорость изображения  $v = 1 \text{ м/с}$ . Определите скорость одного изображения относительно другого.

# МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

## «ЗВЕЗДА»

### «ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

2015/16 уч.г.

7 КЛАСС

#### **Задача №1 (12 баллов)**

В ряд выписаны числа 1, 2, 3, ..., 2014, 2015. Назовём число из этого ряда хорошим, если после его удаления сумма всех оставшихся 2014 чисел делится нацело на 2016. Найдите все хорошие числа.

#### **Задача №2 (12 баллов)**

В компании из 39 человек каждый либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт). Они по очереди сделали такие заявления:

- «Количество рыцарей в нашей компании – делитель 1»;
- «Количество рыцарей в нашей компании – делитель 2»;
- «Количество рыцарей в нашей компании – делитель 3»;
- ...
- «Количество рыцарей в нашей компании – делитель 39».

Сколько рыцарей могло быть в этой компании?

#### **Задача №3 (12 баллов)**

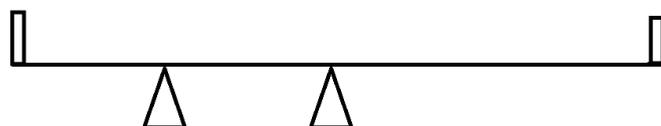
Можно ли провести на плоскости 5 прямых так, чтобы никакие три из них не проходили через одну точку, а всего было а) ровно 11; б) ровно 9 точек пересечения?

#### **Задача №4 (14 баллов)**

Петя поставил на поле для морского боя (его размер  $10 \times 10$ ) корабль размером  $1 \times 4$  (корабль может стоять как горизонтально, так и вертикально). Сможет ли Вася, сделав 24 выстрела, наверняка его подбить?

#### **Задача №5 (10 баллов)**

Тонкий невесомый стержень опирается на две тонкие опоры. Правая опора расположена по центру стержня, а левая опора на расстоянии четверти длины стержня от его левого конца (см. рисунок). На правом конце стержня поставили груз массой  $m_{II} = 1$  кг. Груз какой массы должен располагаться на левом конце стержня, для того



чтобы он находился в равновесии?

**Задача №6 (10 баллов)**

Имеется два кубика. Масса второго на 25 % меньше массы первого, а длина ребра второго кубика на 25 % больше, чем первого. На сколько процентов плотность второго кубика отличается от плотности первого?

**Задача №7 (15 баллов)**

Капли дождя падают вертикально со скоростью 2 м/с. Масса одной капли 5 мг. В одном кубометре воздуха находится 400 капель. За какое время полностью наполнится водой цилиндрический сосуд высотой 20 см и площадью основания 10 см<sup>2</sup>? Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

**Задача №8 (15 баллов)**

Поезд заехал на железнодорожный мост длиной 1400 м со скоростью 54 км/ч. Человек идет по поезду в направлении противоположном направлению движения поезда со скоростью 3,6 км/ч. Длина одного вагона 23 м. В каком вагоне будет находиться человек к моменту времени, когда он покинет пределы моста? В момент попадания на мост человек находился в первом вагоне.

# МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

## «ЗВЕЗДА»

### «ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

2015/16 уч.г.

6 КЛАСС

#### ***Задача №1 (12 баллов)***

Бригада косцов скосила весь луг за два дня. В первый день было убрано половина луга и ещё 3 га. Во второй день – треть остатка и ещё 6 га. Какова площадь луга?

#### ***Задача №2 (12 баллов)***

В записи  $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = 100$  замените звёздочки знаками арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство.

#### ***Задача №3 (12 баллов)***

Сумма нескольких чисел равна 2. Может ли сумма их квадратов быть меньше 0,1?

#### ***Задача №4 (14 баллов)***

Петя поставил на поле для морского боя (его размер  $10 \times 10$ ) корабль размером  $1 \times 4$  (корабль может стоять и горизонтально, и вертикально). Сможет ли Вася, сделав 24 выстрела, наверняка его подбить?

#### ***Задача №5 (10 баллов)***

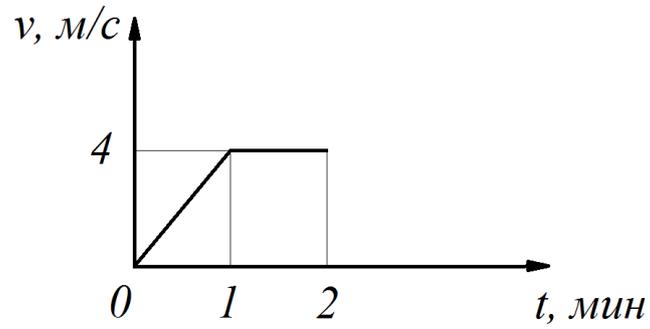
Расстояние между домом Ивана и домом бабушки 12 км. Ровно в  $12^{00}$  Иван вышел из дома и пошел по прямой дороге к бабушке со скоростью 1 м/с. В  $12^{30}$  родители Ивана позвонили бабушке, сообщили ей, что Иван идет в гости, а бабушка выпустила пса Тузика ему навстречу. Тузик бежит со скоростью 9 м/с. Определите момент времени, когда Тузик добежит до Ивана.

#### ***Задача №6 (15 баллов)***

Пустая стеклянная банка в три раза легче той же банки до краев наполненной молоком. Если известно, что объем занимаемый стеклом в десять раз меньше объема занимаемого молоком, то сравните плотности стекла и молока. Плотностью материала называют отношение массы материала к его объему.

#### ***Задача №7 (10 баллов)***

На рисунке приведена зависимость скорости велосипедиста, катящегося по прямой, от времени. Какое расстояние он проехал за две минуты?



**Задача №8 (15 баллов)**

По горизонтальному бревну ползет жук со скоростью  $v_{\text{ж}} = 2 \text{ см/с}$ . Навстречу ему ползет паук, причем в начальный момент времени расстояние между ними 2 метра. Определите скорость паука, если известно, что расстояние между ними через 30 секунд составляло 20 см.