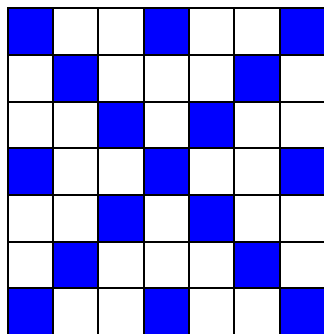


Решения командной олимпиады с критериями проверки

1. Покрасьте 17 клеток доски 7×7 так, чтобы во всех квадратах 3×3 , кроме одного, было три закрашенные клетки.

Решение. Например, так:



Критерии проверки.

Правильный пример – 7 баллов.

Неправильный пример (независимо от количества попыток) – 0 баллов.

2. Вася написал на доске натуральное число. Петя умножил его на 3 и прибавил 13. Могло ли получиться у Пети число, кратное 3?

Ответ. Нет.

Решение.

$3n \div 3$, а 13 не делится нацело на 3, поэтому сумма $3n + 13$ не делится нацело на 3.

Критерии проверки

Верное решение – 7 баллов.

Ответ без обоснований – 0 баллов.

Ответ получен на конкретном примере – 1 балл.

Оговорено, что 13 не делится на 3, но не решение не получено – 3 балла.

3. На сторонах BC и B_1C_1 равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ взяты соответственно точки M и M_1 , причем $BM : MC = B_1M_1 : M_1C_1$. Докажите, что $AM = A_1M_1$.

Доказательство.

Из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ следует, что $\angle B = \angle B_1$ и $AB = A_1B_1$. Отрезки BM и B_1M_1 составляют одну и ту же часть соответственно от отрезков BC и B_1C_1 , поэтому они равны. Тогда треугольники ABM и $A_1B_1M_1$ равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AM = A_1M_1$.

Критерии проверки

Полное решение – 7 баллов.

Доказано равенство отрезков BM и B_1M_1 - 1 балл.

Доказано равенство треугольников ABM и $A_1B_1M_1$, но не сделан вывод о равенстве искомых отрезков – 5 баллов.

4. Саша на 5 лет старше своей сестры Кати. Через 4 года он будет старше Кати в два раза. Сколько лет Саше сейчас?

Ответ. 6 лет.

Решение.

Пусть сейчас Саше x лет. Тогда его сестре Кате сейчас $(x-5)$ лет. Через 4 года Саше будет $(x+4)$ лет, а Кате $(x-5)+4=(x-1)$ лет. По условию

$$x+4=2(x-1),$$

$$x=6.$$

Критерии проверки

Верное решение – 7 баллов.

Ответ без обоснований – 1 балл.

Ответ с проверкой – 2 балла.

Составлено верное уравнение, но допущены ошибки в его решении – 3 балла.

5. Сравните числа 2^{2008} и 10^{700} .

Ответ. $2^{2008} < 10^{700}$.

Решение.

$$2^{2008} < 2^{2010} = (2^3)^{670} < 10^{670} < 10^{700}.$$

Критерии проверки

Верное решение – 7 баллов.

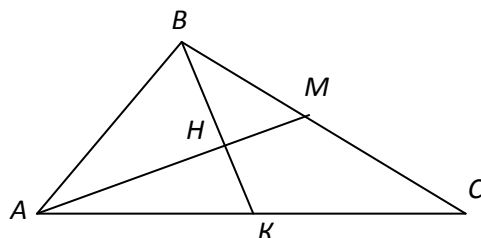
Ответ без обоснований – 0 баллов.

Идея решения с вычислительными ошибками – 5-6 баллов.

6. Медиана AM треугольника ABC перпендикулярна его биссектрисе BK . Найдите AB , если $BC=12$.

Ответ. 6.

Решение.



Пусть медиана AM и биссектриса BK пересекаются в точке H . $BM = MC = \frac{1}{2}BC = 6$. В треугольнике ABM биссектриса BH является высотой, поэтому треугольник ABM - равнобедренный с основанием AM . Следовательно, $AM = BM = 6$.

Критерии проверки

Полное решение – 7 баллов.

Ответ без обоснований – 1 балл.

Ответ, чертеж с нанесенными данными – 2 балла.

Ответ получен на конкретном примере (измерили, взяли равносторонний треугольник и т.д.) – 1 балл.

Найдена длина отрезка BM - 1 балл.

Доказано равенство отрезков AB и BM - 3 балла.

7. Каждый из учеников класса в зимние каникулы ровно два раза был в театре, при этом спектакли A , B и C посмотрели соответственно 25, 12 и 23 учащихся. Сколько учеников в классе?

Ответ. 30 учеников.

Решение.

$25+12+23=60$ – сумма посещений театра. И так как каждый ученик посчитан дважды, то $\frac{60}{2}=30$ - число учеников в классе.

Критерии проверки

Верное решение – 7 баллов.

Ответ без обоснований – 1 балл.

8. Трое теннисистов решили поиграть на выбывание: победитель очередной партии играет следующую партию с тем, кто не участвовал в этой, а проигравший пропускает одну партию. Миша сыграл 10 партий, Витя – 15, Дима – 17. Кто проиграл во второй партии?

Ответ. Миша.

Решение.

Всего сыграна $\frac{10+15+17}{2}=21$ партия. Никто не мог пропустить две игры подряд. Миша играл менее половины все партий, поэтому он мог только играть, чередуя игру с

пропуском, начиная с пропуска. Вторую игру он играл, а третью – нет. Поэтому во второй партии он проиграл.

Критерии проверки

Верное решение – 7 баллов.

Ответ без обоснований – 1 балл.

Найдено количество партий – 1 балл.

Сделан вывод, что Миша чередовал поражения и победы – 4 балла.