

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
2017-2018 учебный год
10 класс
Максимальный балл – 35**

1. Клетчатый прямоугольник размера 99×2017 разрезали на полоски размера 1×3 . Могло ли при этом получиться ровно 2017 вертикальных полосок?

2. Двое игроков по очереди выкладывают на стол монеты достоинством в 1, 2, 5 или 10 руб. Выигрывает тот игрок, после хода которого сумма денег на столе впервые превысит 100 руб. Кто выиграет при правильной игре (т.е., при наилучших действиях обоих игроков)?

В начале игры денег на столе нет. Запас монет всех достоинств неограничен. За ход выкладывается ровно одна – любая – монета.

3. В сети магазинов «Пятнадцатёрочка» (состоящей из 15 магазинов, занумерованных числами от 1 до 15) проводится акция: покупателю, сделавшему покупку на сумму свыше 555 рублей, вручается ластик в форме гнома. Гномов различных видов – пятнадцать (и они также нумеруются числами от 1 до 15); покупателю, собравшему полный набор из гномов всех видов, полагается Приз. Программист Петя написал программу, распределяющую коробки с гномами (в каждой коробке – гномы только одного вида) по магазинам: в магазин с номером k поставляется количество коробок с гномами вида j , равное остатку от деления числа $7k + jx$ на 17. Может ли менеджер сети выбрать параметр « x » (целое число от 1 до 16) так, что ни в один из 15 магазинов не поступят гномы всех 15 видов?

4. Найдите все значения x , для которых справедливо равенство:

$$\frac{1}{(2x+1)(3x+2)} + \frac{1}{(3x+2)(4x+3)} + \dots + \frac{1}{(100x+99)(101x+100)} = \frac{99}{(2x+1)(101x+100)}$$

5. На каждой из сторон треугольника единичной площади отмечено по пять точек, делящих соответствующую сторону на 6 равных частей. Рассматриваются всевозможные треугольники с вершинами в отмеченных точках, и считаются их площади. Найдите наибольшее значение этих площадей.