МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №1. 18.04.2016

1. На тренировочном турнире по теннису собрались ребята из двух школ – всего 32 человека. После окончания турнира ребята из одной школы рассказали о матчах. Вася сыграл с семью ребятами из другой школы, Миша — с восемью, Коля — с девятью, и так далее. Последний из них сыграл со всеми ребятами из другой школы. Сколько мальчиков из каждой школы участвовало в турнире?

2. В неравнобедренном треугольнике MNP с углом $\angle M=120^o$ провели отрезок MT, и разбили его на два меньших равнобедренных треугольника. Какие значения может принимать наименьший угол $\angle$MNP? (Найдите все ответы).

3. Трое грабителей, Арсений, Виктор и Слава, хотят переправиться на другой берег реки. У каждого с собой по два тяжёлых чемодана. В их распоряжении есть трёхместная лодка, каждое место в которой может быть занято человеком или рюкзаком. Никто из грабителей не хочет доверять свой рюкзак спутникам в своё отсутствие, но готов оставить рюкзаки на безлюдном берегу. Смогут ли они переправиться? (Лодку, приставшую к берегу, считаем частью берега.)

4. Александр Степикин написал на доске четыре числа *a, b, c, d.* Александр Шарабурко вычислил их попарные произведения *ab, bc, cd, da, db, ac.* Сколько различных чисел могло у него при этом получиться? (Найдите все варианты).

5. Отметив на окружности 10 точек, Ксюша каждые две из них соединила отрезком. Света решила покрасить все точки в два цвета. Какое наибольшее количество отрезков с концами в точках разного цвета могло получиться?

6. В треугольнике ABC провели высоты BH и AK, которые пересеклись в точке O. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, если треугольники BOK и AOH оказались равными.

7. На шахматной доске на поле 1А стоит конь. На поле Н1 стоит король. ВЛ и ЮР играют в такую игру: ВЛ ходит конём, а ЮР ходит королём. Первым ходит ВЛ. Если ВЛ срубит короля, то он выиграет. Если ЮР достигнет любой клетки на линии с буквой А, то он выиграет (король не может рубить коня). Кто победит при любой игре соперника?

8. Кузя пришел на олимпиаду, где предлагалось решить 6 задач одинаковой сложности. 1,2 и 6 задачу он решал с нормальной скоростью. А 3,4 и 5 Кузя решал с «ненормальной» скоростью. Известно, что на решение первых двух задач он потратил на 20 минут больше, чем на последние две задачи. За сколько минут он решил все задачи, если 3 и 4 задачи он решил за 40 минут?

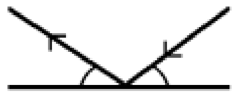
XXIV Кубок Управления Образования. Магнитогорск

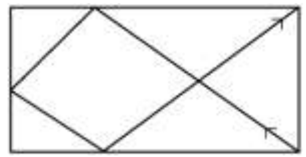
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №2. 19.04.2016

1. Какое наибольшее значение может принимать выражение КУЛАК+УДАР+ДРАКА (одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы – разные)?

2. Рома написал по кругу числа 1,2,3,…, 99 синей краской. После этого пришел Степа с синей и красной краской и начал менять цвета чисел. Он постоянно совершает операции: пропускает четыре числа, берет пятое и перекрашивает его в другой цвет. Затем он пропускает еще три числа, берет четвертое и перекрашивает его в другой цвет. (Степа начал считать с единицы). Сможет ли Степа когда-нибудь перекрасить все числа в красный цвет?

3. Дмитрий Игоревич решил показать свою точность – он ударил по бильярдному шару из одного угла, попал по трём стенкам и забил шар в лузу в другом углу (шар отлетает от борта по правилу – угол отражения равен углу падения). Какой путь прошёл бильярдный шар, если размеры стола 120см на 240см?





4. Биссектрисы углов $\angle$A и $\angle$B треугольника ABC пересекаются под острым углом, который в 2 раза больше угла $\angle$C. Найдите чему может равняться угол $\angle$C?

5. На столе лежит три кучки конфет, в первой лежит 2015, во второй – 2016, в третьей – 2017 конфет. Александр Шарабурко и Александр Степикин играют в следующую игру: за ход можно взять две конфеты, по одной из каких-нибудь двух кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Первым ходит Александр Шарабурко. Кто выиграет при правильной игре?

6. В 8 классе некоторой школы девочек на три больше, чем мальчиков. На контрольной работе по математике ученики этого класса достали шпаргалки. Когда учительница обнаружила первого списывающего, ученики стали прятать шпаргалки, причём учеников, успевших спрятать шпаргалку оказалось на 8 больше, чем не успевших. Все ли ученики в классе пытались воспользоваться шпаргалками или некоторые писали работу честно?

7. На какое наибольшее количество нулей может заканчиваться произведение двузначных чисел МА×ГН×ИТ×КА? Разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым — одинаковые.

8. На столе лежат шоколадки с разным содержанием арахиса, фундука и миндаля. Наталья Семенова и другие члены жюри турнира математических боёв взяли по одной шоколадке. Наталья согласна поменяться шоколадкой с любым членом жюри при условии, что содержание хотя бы двух видов орехов в полученной шоколадке будет больше, чем в отданной. Может ли после нескольких обменов у

неё оказаться шоколадка с меньшим содержанием каждого вида орехов, чем в первоначальной?

XXIV Кубок Управления Образования. Магнитогорск

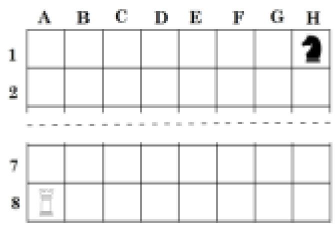
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 20.04.2016

1. Найдите наименьшее натуральное число, чей квадрат делится на 2016.

2. Ученик Захарка получал слишком много троек по математике. Чтобы исправиться, учительница велела ему посчитать, сколько понадобится написать троек, если записывать все натуральные числа от 333 до 3333. Сколько троек должен насчитать Захарка?

3. Разрежьте треугольник с углами 50, 60, 70. На три таких треугольника, чтобы у каждого из них был угол в 2 раза больше другого.

4. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AL и BK, которые пересекаются в точке I. Оказалось, что $BI = LI$. Найдите величину угла A, если величина угла C равна 30°.



5. Шахматная игра понравилась многим ученикам. Рындина Валерия и Никандрова Елизавета придумали свою версию игры. Лиза ходит конём, который в начале игры стоит на поле H1. Лера управляет ладьей, которая в начале игры стоит на поле A8. Ходит первая Лера. Лера выигрывает, если срубает коня. А Лиза, если доходит до клетки с буквой А. Кто сможет обеспечить себе победу при любой игре соперника, если нельзя ходить на любую клетку дважды?

6. Турнир по настольному теннису проходил в один круг (каждый участник турнира сыграл ровно по одной партии с каждым, за победу начислялось 2 очка, за ничью – одно, за поражение - ноль). Победительница турнира Маша, набравшая наибольшее количество очков, одержала меньше побед, чем любой другой участник турнира. При каком наименьшем количестве участников такое возможно?

7. 10 туристов собирали грибы. Никто из них не собрал одинаковое количество грибов. Каждый турист собрал меньше, чем любые два в сумме. Могло ли случиться так, что Владимир Леонидович набрал 8 грибов?

8. Натуральные числа от 1 до 9 расставлены в вершинах и центре куба так, что сумма любых трех чисел, стоящих на прямой, проходящей через центр куба, одна и та же. Какие числа могут стоять в центре куба?

XXIV Кубок Управления Образования. Магнитогорск

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №4. 21.04.2016

1. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, всего 2016 человек. Каждого из них спросили: «Сколько рыцарей среди твоих друзей на этом острове?» Среди ответов каждое число от 0 до 2015 встретилось ровно по одному разу. Сколько на этом острове рыцарей?

2. Евгений Тимкин для того чтобы забить первый гол в финальном хоккейном матче Кубка Гагарина должен был не подпустить защитника Пивцакина Никиту. Евгений делал шаги на X% короче чем Никита. Чтобы догнать Пивцакин Никита совершил X шагов, а Тимкин сделал на 5 шагов больше и забил. Чему может равняться X, если скорости перемещения хоккеистов были равны?

3. В треугольнике MNK на стороне MK последовательно взяты точки T, P и R. Оказалось, что NT – высота, $NR=KR$, $\angle MNT = \angle TNP = \angle PNR = \angle RNK$. Найдите величину угла MNK.

4. Данила Владимирович ездит по трём городам – Магнитогорск, Челябинск и Уфа, переезжая в другой город каждый день. Тур по городам начинается с Магнитогорска. Сколькими способами Данила Владимирович может попасть обратно в Магнитогорск за 10 дней?

5. Кочерина Оля купила в парке аттракционов красивую шапочку, расплатившись без сдачи монетами в 8 и 13 сольдо. Если бы эта шапочка стоила на сольдо дороже, то она не смогла бы расплатиться без сдачи только такими монетами. Какова наибольшая возможная цена шапочки?

6. Найдите все пары натуральных чисел, у которых сумма на 500 меньше удвоенного произведения этих чисел.

7. Григорьева Майя заполнила табличку X на Y числами от 1 до X*Y, слева направо, и начиная с первой строки. Известно, что число 35

находится в шестой строке, а 53 — в последней. Каких размеров табличку заполнила числами Майя.

8. На сторонах MN и NP равностороннего треугольника MNP взяты точки K и L такие, что $\angle MPK = \angle NML = 17^0$. Отрезки ML и KP пересекаются в точке O. Серединный перпендикуляр к отрезку PO пересекает прямую MO в точке T. Докажите, что прямые NT и PO параллельны.