

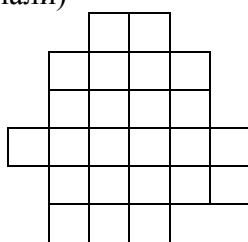
1.1. Лена написала на доске семизначное число, состоящее из различных цифр. Могла ли сумма цифр числа, записанного Леной, быть равной 20?

Ответ: не могла.

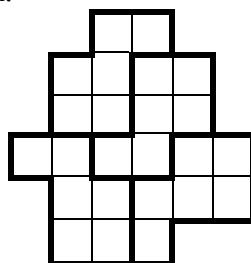
Решение: Найдём сумму 7 различных наименьших однозначных чисел, начиная с нуля: $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Т.е. 21 – это наименьшая сумма цифр числа, записанного Леной.

Критерии:

1.2. Разрежьте фигуру на 4 равные части? (Части считаются равными, если их можно наложить одну на другую так, чтобы они полностью совпали)



Решение: разрезать можно, например, так.



Критерии:

1.3. Эламан съедает банку варенья за 5 минут, а его старший брат – за 3 минуты. За сколько минут Эламан вместе с братом съедят $2\frac{2}{3}$ банки варенья?

Ответ: 5 минут.

Решение: За одну минуту Эламан съедает $\frac{1}{5}$ банки варенья, а его брат $\frac{1}{3}$ банки варенья. Вместе за одну минуту они съедают $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$ банки варенья. Значит, банку варенья они вместе съедят за $\frac{15}{8}$ минуты, а $2\frac{2}{3}$ банки – за $\frac{15}{8} \cdot \frac{8}{3} = 5$ минут.

Критерии:

2.1. Рома живёт на седьмом этаже. Если он спустится на 27 ступенек, то окажется на четвёртом этаже, если считать снизу, а если поднимется на 18 ступенек, то окажется на четвёртом этаже, если считать сверху. Сколько этажей в доме, где живёт Рома (между соседними этажами одинаковое количество ступенек, большее 7)?

Ответ: 12 этажей.

Решение: так как Рома, перемещаясь с 7 этажа на четвёртый, спускается на 27 ступенек, и т.к. между этажами одинаковое количество ступенек, большее 7, то получаем, что между соседними этажами $27 : 3 = 9$ ступенек. Значит, поднявшись на 18 ступенек, Рома окажется на $7 + 18 : 9 = 9$ этаже. И этот этаж оказывается четвёртым, если считать сверху. Значит, в доме, где живёт Рома, 12 этажей.

Критерии:

2.2. Периметр прямоугольника равен 2 м 800 мм. Найдите площадь этого прямоугольника, если одна его сторона равна 3 дм.

Ответ: 3300 см².

Решение: Из условия получаем, что периметр прямоугольника 280 см, а длина одной из его сторон равна 30 см. Значит, длина другой стороны равна 110 см. Следовательно, площадь этого прямоугольника равна 3300 см².

Критерии:

2.3. Водитель Петрович взглянул на приборы своей машины и увидел, что спидометр показывает число 15951. «Какое красивое число километров я проехал. Оно одинаково читается как слева направо, так и справа налево. Наверное, не скоро выпадет следующее красивое число» – подумал он. Однако, через 1 час 50 минут на спидометре высветилось следующее красивое число. С какой скоростью ехал Петрович на своей машине?

Ответ: 60 км/ч.

Решение: Следующим красивым числом (то есть, числом-палиндромом) будет число 16061. Следовательно, за 1 час 50 минут грузовик проехал $16061 - 15951 = 110$ (км), значит его скорость равна $110 : 1\frac{5}{6} = 60$ км/ч.

Критерии:

3.1. Сеня хочет заполнить таблицу 3×3 различными натуральными числами так, чтобы суммы чисел во всех трёх строчках были одинаковыми, а в столбцах – разными. Какая наименьшая сумма чисел может быть во всей таблице Сени?

Ответ: 45.

Решение: Рассмотрим первые 9 натуральных чисел. Из них можем получить таблицу, удовлетворяющую условию.

1	5	9
2	6	7
3	4	8

Критерии:

3.2. Автомат умеет от любого картонного прямоугольника отрезать квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника. Троха разрезал с помощью автомата имевшийся у него прямоугольник на большой квадрат, 2 квадрата поменьше и 3 маленьких квадрата со стороной 7 см, используя только этот автомат. Найдите размеры прямоугольника, который был у Трохи.

Ответ: 168 см × 49 см.

Решение: Эту задачу удобно решать «с конца». Три квадрата со стороной 7 см могли быть получены только последовательным разрезанием прямоугольника 7 см × 21 см. Так как этот прямоугольник, в свою очередь, был получен последовательным отрезанием двух одинаковых квадратов, то длина стороны каждого из этих квадратов – 21 см, а отрезались они от прямоугольника, большая сторона которого равна $7 + 21 \cdot 2 = 49$ см. Так как размеры этого прямоугольника 49 см × 21 см, то используя аналогичные рассуждения, получим, что длина стороны каждого из двух больших квадратов равна 49 см, что и составляет длину меньшей стороны исходного прямоугольника. Большая сторона этого прямоугольника равна $21 + 49 \cdot 3 = 168$ (см).

Критерии:

3.3. Умница Катя записала на доске последовательность чисел (т.е. каждое следующее число, записанное Екатериной, получено по определённому правилу). Глупышка Кристина стёрла с доски пять подряд идущих чисел. В итоге на доске получилась запись: 102; 105; 111; 114; 120; 123; 129; ____; ____; ____; ____; ____; 201; 204; 210; 213; 219. Какие числа стёрла Кристина?

Ответ: Кристина стёрла числа 141; 147; 159; 174; 186.

Решение: Для того, чтобы восстановить пропущенные числа, необходимо заметить, что каждый член данной последовательности, начиная со второго, получается в результате сложения предыдущего члена и суммы его цифр: $111 = 105 + 6$; $114 = 111 + 3$; и т. д. Искомые числа: $141 = 129 + 12$; $147 = 141 + 6$; $159 = 147 + 12$; $174 = 159 + 15$; $186 = 174 + 12$.

Критерии: